Lecture8_CN

第八讲：受迫周期振动与共振

总结

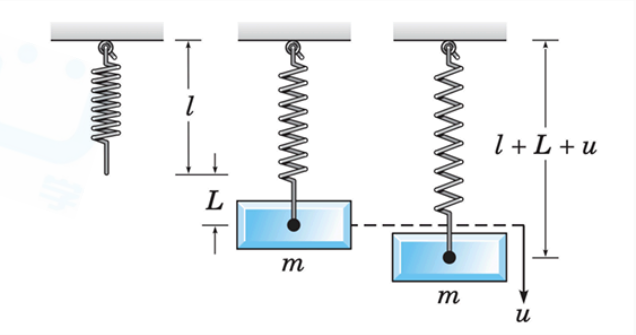
概念	关键公式 / 描述
受迫振动	$mu''(t)+\gamma u'(t)+ku(t)=F(t)$
瞬态解	$u_c(t)\to$ 当 $t\to\infty$ 时趋近于 0
稳态解	$U(t)=R\cos(\omega t-\delta)$ （持续存在）
无阻尼受迫振动	$u(t)=c_1\cos(\omega_0 t)+c_2\sin(\omega_0 t)+\frac{F_0}{m(\omega_0^2-\omega^2)}\cos(\omega t)$
共振	当 $\omega=\omega_0=\sqrt{k/m}$ 时发生

1. 受迫周期振动

考虑一个弹簧-质量系统，其中有额外的力作用于质量块：

Forced periodic vibrations

In the corresponding dynamic problem, we are interested in studying the motion of the mass when it is acted on by an external force or is initially displaced. Let $u(t)$, measured positive in the downward direction, denote the displacement of the mass from its equilibrium position at time t:



Martín Mansilla

Spring 2026

作用于系统的力

力	描述	方向
$\mathbf{F}_d$	阻尼/阻力	与运动方向相反
$\mathbf{F}(t)$	外部施加的力	向下（正）或向上（负）

阻尼力可能来源于：

- 空气或介质的阻力
- 弹簧内部的能量耗散
- 质量块与导轨之间的摩擦
- 机械减震器装置

外力 $F(t)$ 通常是**周期性的**。

运动方程

根据牛顿第二定律，考虑所有作用力：

$$mu''(t) + \gamma u'(t) + ku(t) = F(t)$$

其中 m、γ 和 k 是正常数。